PROBLEMAS

Problema 1

Se considera un avión en vuelo de crucero a altitud h y velocidad V constantes. La altitud de vuelo está fijada.

Sabiendo que la resistencia aerodinámica viene dada por $D = k_1 V^2 + \dfrac{k_2}{V^2}$ (k_1, k_2 constantes) y que el gasto de combustible del avión (peso de combustible por unidad de tiempo) viene dado por $F = c_0 + c_1 T + c_2 T^2$, siendo T el empuje (c_0, c_1, c_2 constantes), se pide:

1. Calcular la velocidad de vuelo V_1 que hace que el alcance X sea máximo para una carga de combustible dada W_F.

2. Calcular la velocidad de vuelo V_2 que hace que el consumo de combustible W_F sea mínimo para un alcance dado X.

3. Calcular las velocidades V_1 y V_2 en el caso de consumo lineal ($c_2 = 0$).

Problema 2

Un avión debe realizar un crucero de alcance X_f a altitud h constante y con velocidad V_1 constante (condiciones nominales). La altitud de vuelo está fijada.

Antes de iniciar el crucero, el piloto es informado de que debe retrasarse un tiempo Δt, para lo cual decide volar con una velocidad $V_2 < V_1$ a partir de la distancia X_1, y absorber todo el retraso durante el crucero.

Suponiendo que el avión tiene coeficiente de resistencia C_D y consumo específico c_E constantes, se pide:

1. Calcular la velocidad V_2.

2. Calcular el combustible consumido m_F.

3. Calcular la distancia X_1 que hace que el consumo de combustible sea mínimo, y calcular $(m_F)_{min}$.

Problema 3

Se considera un avión con polar parabólica de coeficientes constantes, y con consumo específico dependiente sólo de la altitud de vuelo.

Se desea estudiar el vuelo de crucero, con altitud constante h_A. Los pesos inicial y final del avión son W_i y W_f.

Se pide:

1. Plantear de forma razonada una integral que permita calcular el alcance del avión X en crucero.

2. Sabiendo que el alcance X es máximo cuando el integrando es máximo respecto de V, obtener el valor óptimo de la velocidad V_{opt} (en función de W) que maximiza el alcance.

3. Calcular el alcance máximo X_{max}.

4. Calcular el coeficiente de sustentación correspondiente C_L.

Problema 4

Se considera un avión con polar parabólica de coeficientes dependientes del número de Mach $C_D = C_{D_0}(M) + k(M)C_L^2$, y con consumo específico también dependiente del número de Mach $c_E(M)$.

Se desea estudiar el vuelo de crucero con velocidad y con ángulo de ataque constantes, en la estratosfera.

Considerando como variables de trabajo el número de Mach M y el coeficiente de sustentación C_L (en lugar de la velocidad y del ángulo de ataque), se pide:

1. Obtener de forma razonada el alcance del avión en crucero, en función de M, C_L y de los pesos inicial W_i y final W_f de la fase de crucero (además de otros parámetros fijos del problema).

2. Obtener los valores óptimos del número de Mach M_{opt} y del coeficiente de sustentación $C_{L_{opt}}$ que maximizan el alcance X, y el alcance máximo X_{max}.

3. Calcular la altitud del vuelo de crucero correspondiente al caso óptimo de alcance máximo.

Problema 5

Se considera un avión en vuelo de crucero con con V=const y C_L=const, en presencia de un viento horizontal constante w.

Si se hacen las hipótesis de crucero habituales, se pide:

1. Obtener el alcance x_f.

2. Obtener la autonomía t_f.

3. Analizar si el alcance y la autonomía son mayores o menores que los correspondientes al caso de viento nulo según que el viento sea de cara o de cola.

Problema 6

Un avión de peso W, de superficie alar S y con polar parabólica de coeficientes constantes $C_D = C_{D_0} + kC_L^2$, se encuentra a una altura h en vuelo horizontal, rectilíneo y uniforme con velocidad V_0. En un instante dado, se produce un corte de motor. Inmediatamente el piloto actúa sobre los mandos de forma que el avión siga una trayectoria compuesta de 2 tramos:

– vuelo horizontal desacelerado hasta que el avión alcanza una velocidad V_1,

– vuelo de descenso en planeo hasta $h = 0$ a $V = V_1$ constante, siendo $\gamma \ll 1$ y aceleración normal despreciable.

Suponiendo despreciables las variaciones de densidad, se pide:

1. Plantear las ecuaciones del movimiento en ambos tramos.

2. Calcular la distancia horizontal recorrida por el avión entre el punto de corte de motor y el contacto con el suelo.

3. Plantear una ecuación que permita obtener el valor de V_1 que maximiza la distancia horizontal calculada en el apartado anterior.

Problema 7

Se considera un planeador de peso W y de superficie alar S que realiza un planeo (en un plano vertical) con velocidad constante $V = V_A$, desde una altitud inicial h_i hasta una altitud final h_f.

Suponiendo ángulo de trayectoria $\gamma \ll 1$, coeficiente de resistencia C_D constante y una atmósfera definida por $\rho = \rho_0 \exp(-\frac{h}{a})$, siendo ρ_0 una densidad de referencia y a una constante conocida, se pide:

1. Calcular la distancia horizontal x_f recorrida.

2. Calcular el factor de carga durante el planeo.

Nota: La aceleración normal a la trayectoria no es despreciable ($\dot{\gamma} \neq 0$)

Problema 8

Un avión con polar parabólica de coeficientes constantes se encuentra al final del crucero a altura h_1 y velocidad V_1. El descenso se efectúa con empuje nulo ($T = 0$) y está formado por 3 tramos:
— descenso con velocidad V_1 constante hasta una altura h_2,
— desaceleración a altura h_2 constante hasta una velocidad V_2 dada,
— descenso con velocidad V_2 constante hasta una altura $h = 0$.

Suponiendo W =const, ρ =const, ángulo de descenso $\gamma \ll 1$ y aceleración normal durante el descenso despreciable, se pide:

1. Calcular la distancia horizontal total recorrida en el descenso, X, en función de h_2. Expresar el resultado en función de las velocidades adimensionales $v_1 = V_1/V_R$ y $v_2 = V_2/V_R$, siendo $V_R = \sqrt{\frac{2W}{\rho S}} \left(\frac{k}{C_{D_0}}\right)^{1/4}$.

2. Sabiendo que se verifica $V_1 V_2 > V_R^2$ (o bien, $v_1 v_2 > 1$), obtener la altura h_2 a la que hay que efectuar el tramo de desaceleración de forma que la distancia total X sea máxima.

3. Calcular X_{max}.

Problema 9

Un avión con turborreactor tiene un peso W, una superficie alar S y una polar parabólica de coeficientes constantes $C_D = C_{D_0} + kC_L^2$. El avión efectúa una subida con un ángulo de trayectoria γ constante, no pequeño.

Suponiendo movimiento casi estacionario y W = const, se pide:

1. Calcular el empuje T necesario para que el avión suba con velocidad equivalente V_e constante.

2. Calcular la velocidad equivalente que hace mínimo a T, y calcular T_{min}.

3. Suponiendo $\sigma = (1 - ah)^b$ (a y b constantes), calcular el tiempo que tarda el avión en subir desde $h = 0$ hasta una altitud H en las condiciones anteriores.

Nota: la velocidad equivalente se define como $V_e = V\sqrt{\sigma}$, siendo $\sigma = \rho/\rho_0$.

Problema 10

Un avión con superficie alar S realiza un vuelo que consta de 2 tramos:

a) Subida con ángulo de trayectoria constante $\gamma = \gamma_A$ y con velocidad constante $V = V_A$. La subida se inicia en un punto con altitud h_0 y masa m_0, y termina cuando se recorre una distancia horizontal d.

b) Descenso con ángulo de trayectoria constante $\gamma = -\gamma_A$ y con velocidad constante $V = V_A$. El descenso termina cuando se alcanza la altitud inicial h_0.

Suponiendo que el coeficiente de resistencia C_D, el consumo específico c_E y la densidad ρ son constantes, se pide:

1. Calcular la masa de combustible consumido en el vuelo, m_F.

2. Calcular la masa de combustible que se consumiría si el vuelo se realizase a altitud constante $h = h_0$ y con velocidad constante $V = V_A$.

3. Comprobar que en el límite $\gamma_A \to 0$ ambos resultados coinciden.

Problema 11

Un avión con superficie alar S está en vuelo de subida con ángulo de trayectoria constante $\gamma = \gamma_1$ y empuje verificando $T = D$ (trayectoria conservativa). La subida se inicia en un punto con altitud h_0, velocidad V_0 y masa m_0, y termina cuando se recorre una distancia horizontal d.

Suponiendo que el consumo específico c_E, el coeficiente de resistencia C_D y la densidad ρ son constantes, se pide:

1. Comprobar que se verifica $gh + \frac{1}{2}V^2 = \text{const}$.

2. Calcular la velocidad al final de la subida, V_f.

3. Calcular la masa de combustible consumido, m_F.

4. Analizar cuál es la altura máxima, $h_{max} - h_0$, a la que puede subirse manteniendo las condiciones del problema.

Problema 12

Se considera un avión con polar parabólica $C_D = C_{D_0}(M) + k(M)C_L^2$, donde las funciones $C_{D_0}(M), k(M)$ son conocidas. Se desea analizar el viraje horizontal (altitud h), simétrico y uniforme del avión.

Suponiendo $W = const$ durante la maniobra, se pide:

1. Para un n^o de Mach M_1 y una velocidad de viraje $\dot{\chi}_1$ dados, determinar la carga alar W/S que hace que el viraje se efectúe con relación empuje-peso T/W mínima. Calcular también $(\frac{T}{W})_{min}$.

2. Para la carga alar y el factor de carga del apartado anterior, obtener una ecuación que defina el n^o de Mach M_2 que hace que el viraje se efectúe con relación empuje-peso T/W mínima. Calcular también $(\frac{T}{W})_{min}$ en este segundo caso.

3. Particularizar los resultados anteriores para el caso de polar parabólica de coeficientes constantes.

Problema 13

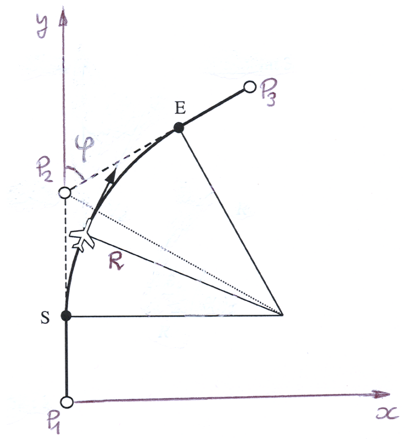
Se considera la maniobra de cambio de rumbo en un plano horizontal mediante un viraje uniforme, con atmósfera en calma. Las trayectorias rectilíneas inicial y final están definidas por los puntos P_1, P_2 y P_3, tal y como se indica en la figura; la final está definida por la ordenada y_2 de P_2 y por el ángulo φ. Los ejes P_1x y P_1y coinciden con las direcciones $W-E$ y $S-N$ respectivamente.

Sabiendo que el viraje es simétrico, que se realiza con velocidad V y ángulo de alabeo μ constantes, se pide:

1. Calcular el instante t_s en que debe iniciarse el viraje, tomando como origen de tiempos el instante en que el avión pasa por el punto P_1.

2. Calcular el tiempo t_f que se tarda en llegar al punto P_3 si éste está a una distancia d del punto P_2.

Nota. Suponer $W = const$ durante la maniobra



Problema 14

Se considera un avión con peso W, superficie alar S y polar parabólica de coeficientes constantes $C_D = C_{D_0} + kC_L^2$, que realiza un viraje horizontal uniforme con velocidad V y empuje T constantes.

Se sabe además lo siguiente:

a) El peso de combustible consumido por unidad de tiempo puede expresarse mediante la ley $\dfrac{dF}{dt} = cT$, donde c=const y T es el empuje.

b) El valor máximo del empuje es T_{max}.

Suponiendo $W = const$ durante la maniobra, se pide:

1. Plantear las ecuaciones del movimiento durante el viraje y adimensionalizarlas utilizando las variables adimensionales $v = \dfrac{V}{V_R}$, $z = \dfrac{T}{T_R}$, donde $T_R = \dfrac{W}{E_{max}}$, $V_R = \sqrt{\dfrac{2W}{\rho S}} \left(\dfrac{k}{C_{D_0}}\right)^{1/4}$.

2. Determinar la velocidad de vuelo V y el valor del empuje $0 < T \le T_{max}$ que hacen mínimo el peso de combustible consumido por vuelta, ΔF.

3. Calcular ΔF_{min}.

Problema 15

Un avión de peso W, de superficie alar S y con polar parabólica de coeficientes constantes $C_D = C_{D_0} + kC_L^2$, está inicialmente en viraje horizontal uniforme con velocidad V_i y radio de giro R.

En un instante dado, el piloto corta el motor y seguidamente actúa sobre los mandos de forma que el avión siga en viraje horizontal con el mismo radio de giro, desacelerándose a lo largo de la trayectoria hasta alcanzar la velocidad de entrada en pérdida V_s.

Suponiendo $W = const$ durante la maniobra, se pide:

1. Plantear las ecuaciones del movimiento y adimensionalizarlas en función de las siguientes variables $v = \dfrac{V}{V_R}$, $\theta = \dfrac{tg}{V_R E_{max}}$, $\xi = \dfrac{xg}{V_R^2 E_{max}}$, $\eta = \dfrac{yg}{V_R^2 E_{max}}$, donde $V_R = \sqrt{\dfrac{2W}{\rho S}} \left(\dfrac{k}{C_{D_0}}\right)^{1/4}$.

2. Determinar V_s en función de $C_{L_{max}}$.

3. Calcular el número de vueltas realizadas por el avión desde que se corta el motor hasta que se alcanza V_s.

Problema 16

Un avión bimotor cuya velocidad de despegue es V_{LOF} está realizando su carrera de despegue con ambos motores en marcha. Al llegar a una velocidad V_1, comprendida entre 0 y V_{LOF}, se produce la parada instantánea de un motor.

Se supone que el empuje T de cada motor en funcionamiento, el coeficiente de sustentación C_L, el peso W, el coeficiente de rodadura μ_r y el coeficiente de rozamiento con rueda frenada μ_f son constantes durante todo el proceso.

Siendo $\tau = T/W$, se pide:

1. Suponiendo que el avión continúe su despegue con un solo motor, determinar la carrera de despegue X_R en las condiciones indicadas.

2. Suponiendo que el piloto aplique inmediatamente los frenos y corte gases al producirse la parada del motor, determinar la distancia de aceleración-parada, X_F.

3. Suponiendo

$$\frac{\rho S(C_D - \mu_r C_L)}{2W(\tau - \mu_r)} V_{LOF}^2 \ll 1, \quad \frac{\rho S(C_D - \mu_f C_L)}{2W\mu_f} V_{LOF}^2 \ll 1,$$

simplificar X_R y X_F y determinar el valor de V_1 por encima del cual X_F es mayor que X_R.

Problema 17

Se desea analizar la carrera de despegue de un avión con polar parabólica de coeficientes constantes, en una pista horizontal. El avión acelera desde $V = 0$ hasta la velocidad de despegue V_{LOF}, definida como $V_{LOF} = kV_s$, siendo V_s la velocidad de entrada en pérdida.

Se consideran las siguientes hipótesis simplificadoras:
— la línea de acción del empuje es horizontal,
— el empuje suministrado por los motores es constante,
— el ángulo de asiento es constante (esto equivale a suponer que la carrera se realiza con todas las ruedas en el suelo),
— el peso del avión es constante.

Se pide:

1. Calcular la carrera de despegue, X_g.

2. Analizar la influencia del peso del avión en la carrera de despegue en el caso en que $C_D - \mu_r C_L = 0$, siendo μ_r el coeficiente de rodadura.

Problema 18

Se desea analizar la carrera de despegue de un avión de peso W y velocidad de despegue V_{LOF}, en el caso en que se verifica $C_D - \mu_r C_L = 0$, siendo μ_r el coeficiente de rodadura y C_D y C_L los coeficientes de resistencia y de sustentación.

Se consideran las siguientes hipótesis simplificadoras:
— la línea de acción del empuje es horizontal,
— el empuje suministrado por los motores T es constante,
— el ángulo de asiento es constante (esto equivale a suponer que la carrera se realiza con todas las ruedas en el suelo),
— el peso del avión es constante.

Se pide:

1. Calcular la carrera de despegue $X_{g,0}$.

Con objeto de acortar la carrera de despegue, el avión va provisto de un cohete que proporciona un incremento de empuje ΔT, durante un tiempo Δt, ambos conocidos. Se pide:

2. Calcular la velocidad V_c a la que debe encenderse el cohete para que el instante en el que se apague (al cabo de un tiempo Δt) coincida con el de despegue.

3. Calcular la diferencia entre las carreras de despegue $X_{g,0} - X_g$, en el supuesto del apartado 2.